



Analisis Konektivitas Graf pada Ayat - Ayat Al-Quran Menggunakan *Minimum Spanning Tree* dan *Degree Centrality*

Hirawati Lubis¹, Toriq Roziq¹

¹ Universitas Pamulang, Serang, Indonesia

Abstract: This study aims to support the computational identification of Quranic themes through a graph theory-based approach. As a case study, the analysis focuses on verses discussing the virtues of the Quran within the framework of graph algorithm applications. The verses are modeled as a graph using an adjacency matrix to represent semantic connectivity between them. The thematic structuring process is conducted by constructing a Minimum Spanning Tree (MST) using the Kruskal Algorithm to obtain an optimal connectivity structure among vertices, followed by the application of Degree Centrality to identify structurally influential vertices corresponding to Quranic verses. The results demonstrate that the combined application of MST and Degree Centrality effectively visualizes the thematic structure of the verses and highlights verses with dominant structural roles in the context of Quranic virtues. Furthermore, the Louvain Algorithm is applied to detect thematic communities, revealing natural clustering patterns that contribute to a more systematic and interpretable thematic mapping. These findings contribute to the advancement of computational Quranic studies by reinforcing data-driven thematic analysis and structured graph-based representations.

Keywords: Degree centrality, Kruskal's algorithm, Louvain community detection, Minimum spanning tree, Quranic thematic analysis.

Abstrak: Penelitian ini bertujuan untuk mendukung identifikasi komputasional tema-tema Al-Quran melalui pendekatan berbasis teori graf. Sebagai studi kasus, analisis difokuskan pada ayat-ayat yang membahas keutamaan Al-Quran dalam kerangka penerapan algoritma graf. Ayat-ayat tersebut dimodelkan sebagai graf menggunakan matriks ketetanggaan untuk merepresentasikan konektivitas semantik antar - ayat. Proses penataan tematik dilakukan dengan membangun *Minimum Spanning Tree (MST)* menggunakan Algoritma Kruskal untuk mendapatkan struktur konektivitas optimal di antara simpul-simpul, diikuti dengan penerapan *Degree Centrality* untuk mengidentifikasi simpul-simpul yang berpengaruh secara struktural yang sesuai dengan ayat-ayat Al-Quran. Hasilnya menunjukkan bahwa penerapan gabungan *MST* dan *Degree Centrality* secara efektif memvisualisasikan struktur tematik ayat-ayat dan menyoroti ayat-ayat dengan peran struktural dominan dalam konteks keutamaan Al-Quran. Lebih lanjut, Algoritma Louvain diterapkan untuk mendeteksi komunitas tematik, mengungkapkan pola pengelompokan alami yang berkontribusi pada pemetaan tematik yang lebih sistematis dan mudah diinterpretasikan. Temuan-temuan ini berkontribusi pada kemajuan studi Al-Quran komputasional dengan memperkuat analisis tematik berbasis data dan representasi berbasis graf yang terstruktur.

Kata Kunci: Algoritma kruskal, Algoritma louvain, Analisis tematik Al-Quran, *Degree centrality*, *Minimum spanning tree*.

Pendahuluan

Al-Quran merupakan pedoman ajaran Islam yang memiliki kedalaman dan keterkaitan tematik antar-ayat yang kompleks. Upaya memahami hubungan semantik antar-ayat menjadi tantangan dalam kajian tafsir maupun analisis komputasional (Badawy et al., 2024). Seiring perkembangan ilmu data dan teori graf, muncul peluang baru untuk memodelkan struktur keterkaitan antar-ayat secara sistematis dan terukur. Pendekatan berbasis graf memungkinkan representasi hubungan semantik dalam bentuk struktur matematis yang dapat dianalisis secara kuantitatif (Lubis & Nuraini, 2024).

Beberapa penelitian sebelumnya telah menerapkan teori graf dalam analisis keagamaan dan literatur klasik seperti pemetaan topik ayat berdasarkan kesamaan kata kunci atau representasi konektivitas semantik antar-konsep keislaman (Riyadi et al., 2025). Namun, yang secara khusus memodelkan konektivitas graf antar-ayat yang membahas keutamaan Al-Qur'an masih terbatas, terutama dalam penerapan algoritma kruskal pada *Minimum Spanning Tree (MST)* dan *Degree Centrality* untuk mengidentifikasi ayat yang paling sentral dalam suatu tema, kemudian dilanjutkan dengan Algoritma Louvain untuk mendeteksi komunitas tematik (Fillah Arjuna, 2024).

Berdasarkan celah penelitian tersebut, studi ini bertujuan untuk mempermudah pengguna dalam mengidentifikasi tema-tema Al-Quran melalui pendekatan teori graf (Gallian, 2018). Fokus kajian diarahkan pada ayat-ayat yang membahas keutamaan Al-Quran sebagai studi kasus dalam penerapan algoritma graf (Talumewo et al., 2025). Ayat – ayat tersebut direpresentasikan dalam bentuk graf menggunakan matriks ketetanggaan untuk memodelkan konektivitas antar- ayat yang memiliki kesamaan makna semantik. Proses pembentukan struktur konektivitas dilakukan dengan menerapkan *Minimum Spanning Tree (MST)* menggunakan Algoritma Kruskal (Lubis & Srisulistiowati, 2021; Sholikhatin et al., 2020). Sedangkan *Degree Centrality* (Nisrina, 2023) digunakan untuk mengidentifikasi ayat yang paling sentral, dan Selain itu, algoritma Louvain (Fillah Arjuna, 2024) digunakan untuk mendeteksi komunitas tematik yang memperlihatkan klusterisasi alami antar-ayat dalam struktur *Minimum Spanning Tree (MST)*, sehingga menghasilkan pemetaan tematik yang lebih terstruktur.

Hasil penelitian dapat diperlihatkan visualisasi dan interpretasi konektivitas tematik ayat secara efisien dan mengungkap ayat yang memiliki peran dominan dalam konteks keutamaan Al-Quran. Secara konseptual, penelitian ini memberikan kontribusi terhadap pengembangan pendekatan komputasional dalam studi Al-Quran, khususnya dalam memperkuat analisis tematik berbasis data dan representasi graf yang sistematis.

Metode

Penelitian ini menggunakan pendekatan komputasional berbasis teori graf dengan pemodelan hubungan antar-ayat Al-Quran sebagai *graph network* (Arul et al., 2023). Setiap ayat direpresentasikan sebagai *vertex* dan relasi antar-ayat berdasarkan kesamaan tema direpresentasikan sebagai *edge* dengan bobot tertentu. Data primer berupa ayat-ayat yang membahas keutamaan Al-Quran diambil dari Tafsir Ibnu Katsir (Syakir, 2012) dan Tafsir Al-Misbah (Shihab, 2002), serta sumber data sekunder berupa terjemahan digital resmi Kementerian Agama Republik Indonesia (<https://quran.kemenag.go.id/>). Proses analisis dilakukan menggunakan bahasa pemrograman *Python*, dengan pustaka utama *network*, *matplotlib*, *seaborn*, dan *community_louvain*.

Langkah pertama penelitian - Preprocessing data ayat dan meta data. 1) dibuat data ayat yang menjadi fokus kajian, yaitu ayat – ayat yang menjelaskan keutamaan Al-Quran, seperti terlihat pada (tabel 1) Setiap ayat disertai tema utama dan ringkasan tafsir sebagai metadata deskriptif.

Tabel 1. Ayat Keutamaan Al-Qur'an

Label	Ayat (ayat list)	Kata Kunci (data numerik)	Makna/Tafsir (metadata_numerik)
0	QS Al-Baqarah:2	Petunjuk	Al-Qur'an tidak diragukan, petunjuk bagi orang bertakwa. (Tafsir Al-Muyassar)
1	QS Ali Imran:138	Petunjuk	Al-Qur'an sebagai penjelasan untuk umat manusia.
2	QS Ar-Ra'd:31	Petunjuk	Al-Qur'an membimbing ke jalan Lurus.
3	QS Al-Isra:9	Petunjuk	Al-Qur'an memberi kabar gembira dan petunjuk.
4	QS An-Naml:76-77	Petunjuk	Al-Qur'an menunjukkan jalan yang paling benar dan memberi kabar gembira bagi orang beriman yang beramal salih.
5	QS As-Sajdah:3	Petunjuk	Al-Qur'an adalah kebenaran dari Allah, sebagai peringatan bagi kaum yang belum menerima risalah sebelumnya.
6	QS Az-Zumar:23	Petunjuk, Perkataan terbaik	Al-Qur'an sebagai kitab terbaik, berulang-ulang agar hati bergetar kepada Allah. (Tafsir Ibnu Katsir)
7	QS Al-An'am:155	Berpegang teguh	Al-Qur'an adalah kitab yang diberkahi, turunkan agar bertakwa. (Tafsir Al-Muyassar)
8	QS Hud:17	Berpegang teguh	Orang yang memiliki bukti nyata dari Allah (Al-Qur'an) dan beriman, meski kebanyakan manusia tidak percaya.
9	QS Asy-Syura:52	Berpegang teguh	Al-Qur'an adalah cahaya dan petunjuk yang menerangi hati orang beriman kepada Allah.
10	QS Al-A'raf:2-3	Dari Allah	Al-Qur'an diturunkan agar disampaikan dan jangan ikuti selain Allah. (Tafsir Ibnu Katsir)
11	QS Asy-Syu'ara:210-211	Dari Allah	Al-Qur'an tidak diturunkan oleh setan, dan mereka dijauhkan darinya.
12	QS Al-Kahfi:1	Perkataan terbaik	Segala puji bagi Allah yang menurunkan kitab ini dan tidak ada kebengkokan padanya. (Tafsir Jalalayn)
13	QS Al-Hijr:9	Terjaga	Allah sendiri yang menjaga Al-Qur'an dari penyimpangan. (Tafsir As-Sa'di)
14	QS Al-Qiyamah:17	Terjaga	Allah yang menjamin pengumpulan dan pembacaan Al-Qur'an.
15	QS Yunus:37	Menjelaskan segalanya	Al-Qur'an bukan buatan manusia, tetapi penjelas dari Tuhan semesta alam. (Tafsir Ibnu Katsir)
16	QS Hud:1	Menjelaskan segalanya	Al-Qur'an diturunkan dengan ayat-ayat yang kokoh dan memperinci dari Allah Yang Maha Bijaksana.
17	QS Yusuf:111	Menjelaskan segalanya	Kisah dalam Al-Qur'an mengandung pelajaran agar manusia mengambil pelajaran.
18	QS Al-Isra:89	Menjelaskan segalanya	Al-Qur'an penuh dengan perumpamaan agar manusia mengingat. (Tafsir Al-Muyassar)
19	QS Az-Zumar:27	Menjelaskan segalanya	Al-Qur'an membuat banyak perumpamaan dalam Al-Qur'an agar manusia berpikir.
20	QS Al-Isra:82	Obat, Nama dan sifat	Al-Qur'an sebagai penawar dan rahmat bagi orang beriman.

Label	Ayat (ayat list)	Kata Kunci (data numerik)	Makna/Tafsir (metadata_numerik)
21	QS Ibrahim:1	Obat	Al-Qur'an diturunkan untuk mengeluarkan manusia dari kegelapan menuju cahaya.
22	QS Al-Maidah:16	Jalan keluar	Al-Qur'an memberi petunjuk dan jalan keselamatan. (Tafsir Al-Muyassar & Hamka)
23	QS Al-An'am:157	Jalan keluar	Al-Qur'an adalah bukti nyata, petunjuk dan rahmat; orang yang menolaknya akan disiksa.
24	QS Al-Baqarah:23	Tidak dapat ditiru	Al-Qur'an adalah mukjizat yang ditantang namun manusia tak dapat menandinginya.
25	QS Yunus:38	Tidak dapat ditiru	Coba buat satu surah seperti Al-Qur'an bila kamu ragu, bukan rekaan manusia!
26	QS Hud:13	Tidak dapat ditiru	Menyatakan bahwa kaum sebelumnya menolak, dan Al-Qur'an tandingannya tidak bisa dibuat.
27	QS Al-Isra:88	Tidak dapat ditiru	Pengesahan bahwa Al-Qur'an benar-benar dari luar biasa, tidak bisa ditiru oleh manusia.
28	QS Yunus:57	Nama dan sifat	Semua manusia dan jin tidak bisa membuat seperti Al-Qur'an, meski saling bantu-membantu. (Tafsir Al-Muyassar)

Tabel 2. Representasi Ayat Keutamaan Al-Qur'an

Keterangan Surat Al Qur'an	
x_1	Al Baqarah
x_2	Ali Imran
x_3	Al Maidah
x_4	Al An'am
x_5	Al A'raf
x_6	Yunus
x_7	Hud
x_8	Yusuf
x_9	Ar R'ad
x_{10}	Ibrahim
x_{11}	Al Hijr
x_{12}	Al Isra
x_{13}	Al Kahfi
x_{14}	Asy Syu'ara
x_{15}	An Naml
x_{16}	As Sajdah
x_{17}	Az Zumar
x_{18}	Al Qiyamah

Langkah kedua penelitian- Pembentukan Graf Awal dan Analisis Pewarnaan Simpul. Sebelum dilakukan analisis struktur konektivitas menggunakan *Minimum Spanning Tree (MST)*, dibentuk graf awal untuk merepresentasikan seluruh relasi tematik antar-ayat. Representasi awal ini menggunakan matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*), dimana

elemen bernilai 1 menunjukkan adanya hubungan antar ayat-ayat dan 0 menunjukkan tidak ada hubungan. Representasi surat Al-Qur'an sebagai *vertex* tersaji pada [tabel 2](#)

Tabel 3. Matriks Ketetanggaan Ayat Keutaman Al-Qur'an

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}
x_1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
x_2	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
x_3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_4	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
x_6	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
x_7	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
x_8	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
x_9	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
x_{10}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
x_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{12}	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
x_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
x_{14}	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{15}	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
x_{16}	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
x_{17}	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
x_{18}	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1

Tabel 3 menyajikan matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*) yang merepresentasikan hubungan antar – ayat dalam kajian keutamaan Al-Quran. Pada representasi ini, setiap simpul x_i merepresentasikan satu ayat, sedangkan elemen matriks bernilai 1 menunjukkan adanya hubungan langsung, sedangkan elemen matriks bernilai 0 menunjukkan tidak ada hubungan. Dengan demikian, matriks ketetanggaan ini membentuk representasi awal struktur graf $G = (V, E)$ yang menggambarkan pola keterkaitan antar – ayat secara eksplisit. Representasi berbasis matriks ini penting sebagai pondasi awal analisis graf, karena memungkinkan pengukuran tingkat konektivitas, identifikasi simpul yang saling berdekatan serta struktur relasi yang kompleks secara sistematis.

Berdasarkan graf awal yang dibangun dari matriks ketetanggaan tersebut, selanjutnya dilakukan pewarnaan *vertex* (*graph coloring*) menggunakan metode *greedy coloring* untuk memastikan dua simpul yang berdekatan memiliki warna yang berbeda. Langkah ini membantu mengidentifikasi kelompok ayat yang memiliki keterhubungan tematik kompleks, serta menghitung bilangan kromatik sebagai ukuran tingkat kompleksitas konektivitas graf.

Sebelum menyusun *Minimum Spanning Tree (MST)*, dilakukan analisis struktur graf awal untuk mengukur kepadatan keterhubungan antar – ayat. Matriks ketetanggaan membentuk graf G . Untuk mengukur kompleksitas hubungan, diterapkan *vertex coloring*

menggunakan heuristik *greedy* (*strategy = largest_first*). Langkah ini menghasilkan bilangan kromatik $X_{greedy} = 7$, dan ukuran *clique maksimum* $\omega(G) = 7$. Kesetaraan nilai tersebut menunjukkan bahwa solusi pewarnaan yang diperoleh adalah optimal, karena memenuhi batas bawah teoritis graf sehingga diperoleh $X(G) = 7$.

Nilai bilangan kromatik ini menjadi indikator bahwa diperlukan sedikitnya tujuh kelas warna untuk membedakan seluruh simpul yang saling bertetangga, tanpa adanya dua simpul *adjacent* yang memiliki warna identik. Oleh karena itu, penggunaan *Minimum Spanning Tree (MST)* untuk menyederhanakan tampilan graf dan memudahkan identifikasi kelompok tematik. Nilai bilangan kromatik menunjukkan jumlah warna minimum yang dibutuhkan agar tidak ada dua simpul bertetangga memiliki warna yang sama.

Langkah ketiga penelitian- Pembentukan Graf Tematik Berdasarkan Kesamaan Tema. Graf G kemudian dibangun kembali berdasarkan kesamaan tema antar-ayat. Dua ayat akan terhubung apabila tema yang sama. Bobot sisi diatur sebagai berikut ini:

1. 1 jika ayat memiliki kesamaan tema (hubungan tematik kuat) (tabel 4)
2. 2 jika berbeda tema (hubungan tematik tidak langsung) (tabel 5)

Langkah keempat penelitian - Penerapan *Minimum Spanning Tree (MST)*. Untuk Memperoleh konektivitas optimal tanpa redundansi, digunakan Algoritma Kruskal.

1. 18 *edge* berbobot 1 (Hubungan Tematik kuat)

Tabel 4. Hubungan Tematik kuat Ayat Keutamaan Al-Qur'an

No	Ayat 1	Ayat 2	Tema Sama	Bobot
1	0	1	Petunjuk	1
2	0	2	Petunjuk	1
3	1	3	Petunjuk	1
4	2	4	Petunjuk	1
5	6	12	Perkataan terbaik	1
6	13	14	Terjaga	1
7	7	8	Berpegang teguh	1
8	8	9	Berpegang teguh	1
9	15	16	Menjelaskan segalanya	1
10	16	17	Menjelaskan segalanya	1
11	17	18	Menjelaskan segalanya	1
12	18	19	Menjelaskan segalanya	1
13	24	25	Tidak dapat ditiru	1
14	25	26	Tidak dapat ditiru	1
15	26	27	Tidak dapat ditiru	1
16	20	21	Obat	1
17	20	28	Nama dan sifat	1
18	22	23	Jalan keluar	1

2. 10 *edge* berbobot 2 (Hubungan tematik tidak langsung)

Tabel 5. Hubungan Tematik Tidak Langsung Ayat Keutamaan Al-Qur'an

No	Ayat 1	Ayat 2	Bobot
19	5	6	2
20	10	11	2
21	11	12	2
22	19	20	2
23	3	5	2
24	4	7	2

No	Ayat 1	Ayat 2	Bobot
25	9	10	2
26	12	13	2
27	21	22	2
28	27	28	2

Langkah kelima penelitian - Visualisasi *Minimum Spanning Tree (MST)*. Visualisasi graf dilakukan menggunakan pustaka *NetworkX* dan *Matplotlib*. Setiap simpul merepresentasikan ayat, sedangkan sisi menunjukkan keterkaitan antar ayat. Tata letak graf diatur secara otomatis menggunakan *spring layout* agar struktur jaringan terlihat seimbang dan mudah dibaca. Visualisasi ini menampilkan hasil *Minimum Spanning Tree (MST)* yang dibentuk dengan Algoritma Kruskal, sehingga memperlihatkan hubungan tematik antar ayat secara ringkas dan terhubung.

Langkah keenam penelitian – Analisis *Degree Centrality*. Tingkatan keterhubungan tiap simpul dihitung dengan pengukuran *Degree Centrality* (Cheng et al., 2015). *Degree Centrality* adalah pengukuran yang dilihat dari jumlah sisi dari simpul ke- i , yaitu $d_i(G)$ (Arslan et al., 2020). Perhitungan ini dapat dinormalisasi yakni dengan membaginya dengan kemungkinan derajat terbesarnya, yaitu $n - 1$, dimana n merupakan jumlah simpul pada graf G (Napitupulu et al., 2020). Nilai kesentralan $c_i^{deg}(G)$ untuk simpul ke- i diberikan pada persamaan berikut ini.

$$c_i^{deg}(G) = \frac{d_i(G)}{n - 1}$$

Dimana $d_i(G)$ adalah derajat (jumlah tetangga) simpul v , dan pembagi $n - 1$ menormalisasi nilai sehingga $0 \leq c_i^{deg}(G) \leq 1$

Misalkan G adalah graf hasil *Minimum Spanning Tree (MST)* dengan $n = 29$ simpul. *Degree* pada simpul i dilambangkan $d_i(G)$. *Degree Centrality* yang digunakan adalah:

$$c_i^{deg}(G) = \frac{d_i(G)}{n - 1} = \frac{d_i(G)}{28}$$

Berikut ini (tabel 6) perhitungan *degree centrality* seluruh simpul:

Tabel 6. Perhitungana *Degree Centrality*

Indeks (i)	Ayat	$d_i(G)$	Edge incident (u, v)	$c_i^{deg}(G)$ $= \frac{d_i(G)}{28}$	Desimal
0	QS Al-Baqarah:2	13	(0,1); (0,2); (0,3); (0,4); (0,5); (0,6); (0,7); (0,10); (0,13); (0,15); (0,20); (0,22); (0,24)	13/28	0.464286
1	QS Ali Imran:138	1	(0,1)	1/28	0.035714
2	QS Ar-Ra'd:31	1	(0,2)	1/28	0.035714
3	QS Al-Isra:9	1	(0,3)	1/28	0.035714
4	QS An-Naml:76-77	1	(0,4)	1/28	0.035714
5	QS As-Sajdah:3	1	(0,5)	1/28	0.035714
6	QS Az-Zumar:23	2	(0,6); (6,12)	2/28	0.071429
7	QS Al-An'am:155	3	(0,7); (7,8); (7,9)	3/28	0.107143
8	QS Hud:17	1	(7,8)	1/28	0.035714
9	QS Asy-Syura:52	1	(7,9)	1/28	0.035714

Indeks (i)	Ayat	$d_i(G)$	Edge incident (u, v)	$c_i^{deg}(G)$ $= \frac{d_i(G)}{28}$	Desimal
10	QS Al-A'raf:2-3	2	(0,10); (10,11)	2/28	0.071429
11	QS Asy-Syu'ara:210-211	1	(10,11)	1/28	0.035714
12	QS Al-Kahfi:1	1	(6,12)	1/28	0.035714
13	QS Al-Hijr:9	2	(0,13); (13,14)	2/28	0.071429
14	QS Al-Qiyamah:17	1	(13,14)	1/28	0.035714
15	QS Yunus:37	5	(0,15); (15,16); (15,17); (15,18); (15,19)	5/28	0.178571
16	QS Hud:1	1	(15,16)	1/28	0.035714
17	QS Yusuf:111	1	(15,17)	1/28	0.035714
18	QS Al-Isra:89	1	(15,18)	1/28	0.035714
19	QS Az-Zumar:27	1	(15,19)	1/28	0.035714
20	QS Al-Isra:82	3	(0,20); (20,21); (20,28)	3/28	0.107143
21	QS Ibrahim:1	1	(20,21)	1/28	0.035714
22	QS Al-Maidah:16	2	(0,22); (22,23)	2/28	0.071429
23	QS Al-An'am:157	1	(22,23)	1/28	0.035714
24	QS Al-Baqarah:23	4	(0,24); (24,25); (24,26); (24,27)	4/28	0.142857
25	QS Yunus:38	1	(24,25)	1/28	0.035714
26	QS Hud:13	1	(24,26)	1/28	0.035714
27	QS Al-Isra:88	1	(24,27)	1/28	0.035714
28	QS Yunus:57	1	(20,28)	1/28	0.035714

Verifikasi konsistensi

$$\sum_{i=0}^{28} d_i = 56 = 2.28 = 2|E|$$

Langkah keenam penelitian – Visualisasi Graf Dan Interpretasi Tematik. Visualisasi dilakukan dengan pustaka *matplotlib* dan *seaborn*, dengan penentuan warna berdasarkan kategori tematik. Tahap interpretatif lanjutan dilakukan menggunakan Algoritma Louvain untuk mendeteksi komunitas tematik dalam struktur *Minimum Spanning Tree (MST)*. Hasilnya menunjukkan enam kelompok tema utama yang konsisten dengan kategori semantik ayat

Hasil dan Pembahasan

Hasil penelitian ini diperoleh melalui penerapan teori graf terhadap ayat-ayat Al-Qur'an yang membahas keutamaan Al-Qur'an. Analisis dilakukan dengan membangun graf berbobot berdasarkan kesamaan tema antar-ayat, kemudian disederhanakan menggunakan *Minimum Spanning Tree (MST)* dengan *Algoritma Kruskal* (Sholikhatin et al., 2020). Selain itu, dilakukan analisis *degree centrality* untuk mengidentifikasi simpul (ayat) yang paling berperan dalam jaringan konektivitas tematik, serta deteksi komunitas tematik menggunakan *Algoritma Louvain* (Fillah Arjuna, 2024).

Berdasarkan matriks ketetanggaan yang dibentuk dari 29 ayat, diperoleh graf tidak berarah dengan tingkat kepadatan koneksi yang tinggi. Analisis *greedy coloring* menghasilkan bilangan kromatik $\chi(G) = 7$, yang berarti diperlukan tujuh warna berbeda untuk memastikan tidak ada dua simpul bertetangga memiliki warna yang sama. Nilai ini

menunjukkan bahwa hubungan tematik antar-ayat cukup kompleks, dengan tujuh kelompok keterkaitan utama yang saling beririsan secara semantik.

Representasi graf yang dibangun berdasarkan matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*). Setiap entri bernilai 1 menunjukkan adanya sisi (*edge*) antara dua simpul (*vertex*), sedangkan nilai 0 menunjukkan tidak adanya hubungan langsung. Matriks tersebut berukuran 18×18 – diambil dari jumlah surat keutamaan Al-Qur'an, sehingga graf yang terbentuk memiliki 18 *vertex* dengan sejumlah sisi yang menghubungkan pasangan simpul tertentu.

Langkah pertama pada sintaks di atas adalah membentuk objek graf tak berarah menggunakan pustaka *NetworkX*. Setiap elemen bernilai 1 dalam matriks ketetanggaan diterjemahkan sebagai sisi yang menghubungkan dua simpul, dengan penamaan simpul menggunakan notasi x_i , di mana i adalah indeks simpul ke- i .

Selanjutnya, dilakukan pewarnaan simpul (*vertex coloring*) menggunakan algoritma *greedy coloring* (Lakutu et al., 2023) bawaan *NetworkX* dengan strategi "*largest_first*". Strategi ini bekerja dengan mengurutkan simpul berdasarkan derajat tertinggi terlebih dahulu (jumlah sisi terbanyak), kemudian memberikan warna terkecil yang mungkin tanpa melanggar aturan bahwa dua simpul bertetangga tidak boleh memiliki warna yang sama.

Hasil pewarnaan ini disimpan dalam sebuah *dictionary* bernama *colors*, yang memetakan setiap simpul terhadap indeks warna tertentu. Nilai warna tersebut kemudian dikonversi menjadi daftar (*vertex_colors*) agar dapat divisualisasikan.

Untuk kejelasan visual, label setiap simpul ditulis menggunakan format *LaTeX* agar indeks simpul muncul sebagai subskrip (misalnya $x_1, x_2, \dots, x_{21}$). Posisi graf diatur menggunakan tata letak *spring layout*, yaitu algoritma yang menempatkan simpul secara estetis berdasarkan gaya tarik dan tolak, sehingga struktur hubungan antar simpul dapat terlihat jelas.

Graf kemudian divisualisasikan menggunakan *Matplotlib*, dengan pewarnaan simpul berdasarkan hasil *greedy coloring* dan sisi berwarna hitam untuk memperjelas keterhubungan antar simpul (Sinlae et al., 2023).

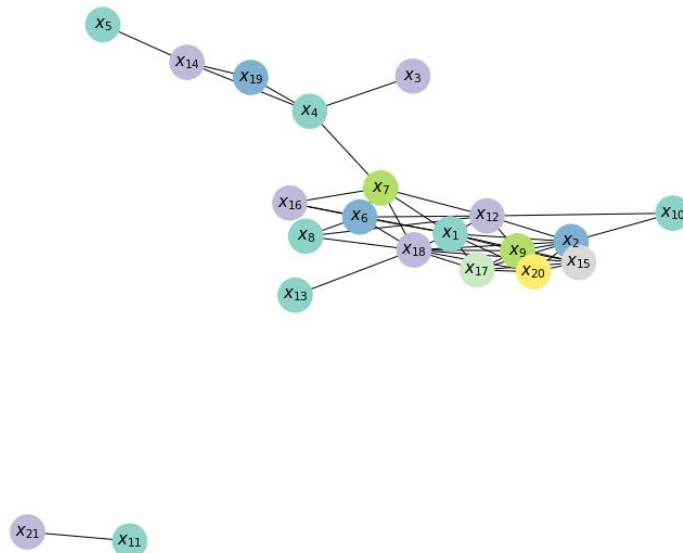
Tahap terakhir adalah menentukan bilangan kromatik (*chromatic number*), yaitu jumlah warna minimum yang dibutuhkan agar dua simpul bertetangga tidak memiliki warna yang sama. Nilai ini diperoleh dengan menghitung jumlah warna unik pada hasil pewarnaan (Lubis et al., 2023) (`len(set(colors.values()))`).

Dari hasil eksekusi sintaks tersebut, diperoleh graf berwarna dengan struktur konektivitas sesuai matriks ketetanggaan, serta nilai bilangan kromatik yang menunjukkan jumlah warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai seluruh simpul graf tanpa konflik pewarnaan (Rahimah et al., 2018). Berikut hasil representasinya pada gambar 1.

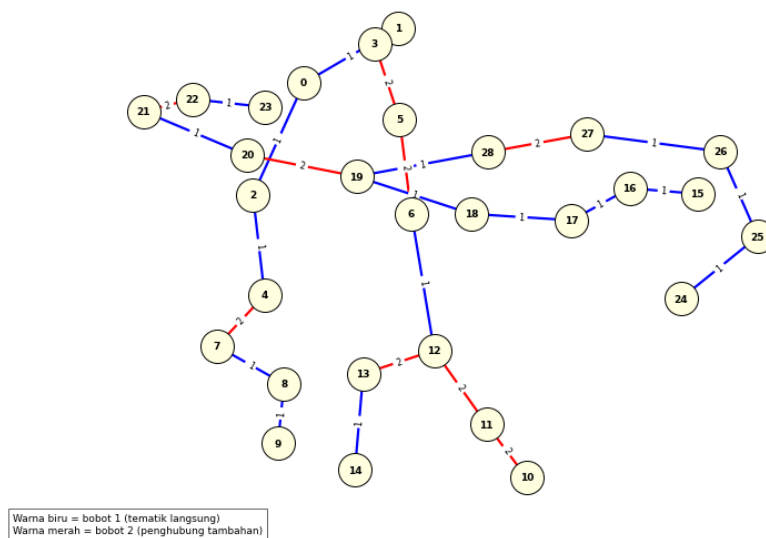
Penerapan *Algoritma Kruskal* menghasilkan *Minimum Spanning Tree (MST)* dengan 28 sisi berbobot minimum yang mewakili hubungan paling kuat antar-ayat. MST menghubungkan seluruh ayat dengan bobot total minimal dan tanpa redundansi koneksi. Dari hasil tersebut, terbentuk tujuh kluster tematik utama sesuai kesamaan semantik, yaitu:

1. Petunjuk – terdiri atas QS Al-Baqarah:2, QS Ali Imran:138, QS Ar-Ra'd:31, QS Al-Isra:9, dan QS An-Naml:76–77.
2. Berpegang Teguh – mencakup QS Al-An'am:155, QS Hud:17, dan QS Asy-Syura:52.
3. Perkataan Terbaik – terdiri atas QS Az-Zumar:23 dan QS Al-Kahfi:1.
4. Terjaga – meliputi QS Al-Hijr:9 dan QS Al-Qiyamah:17.

5. Menjelaskan Segalanya – mencakup QS Yunus:37, QS Hud:1, QS Yusuf:111, QS Al-Isra:89, dan QS Az-Zumar:27.
6. Obat dan Rahmat – meliputi QS Al-Isra:82 dan QS Ibrahim:1.
7. Tidak Dapat Ditiru – mencakup QS Al-Baqarah:23, QS Yunus:38, QS Hud:13, dan QS Al-Isra:88.



Gambar 1. Graf Hasil Representasi Matriks Ketetanggan



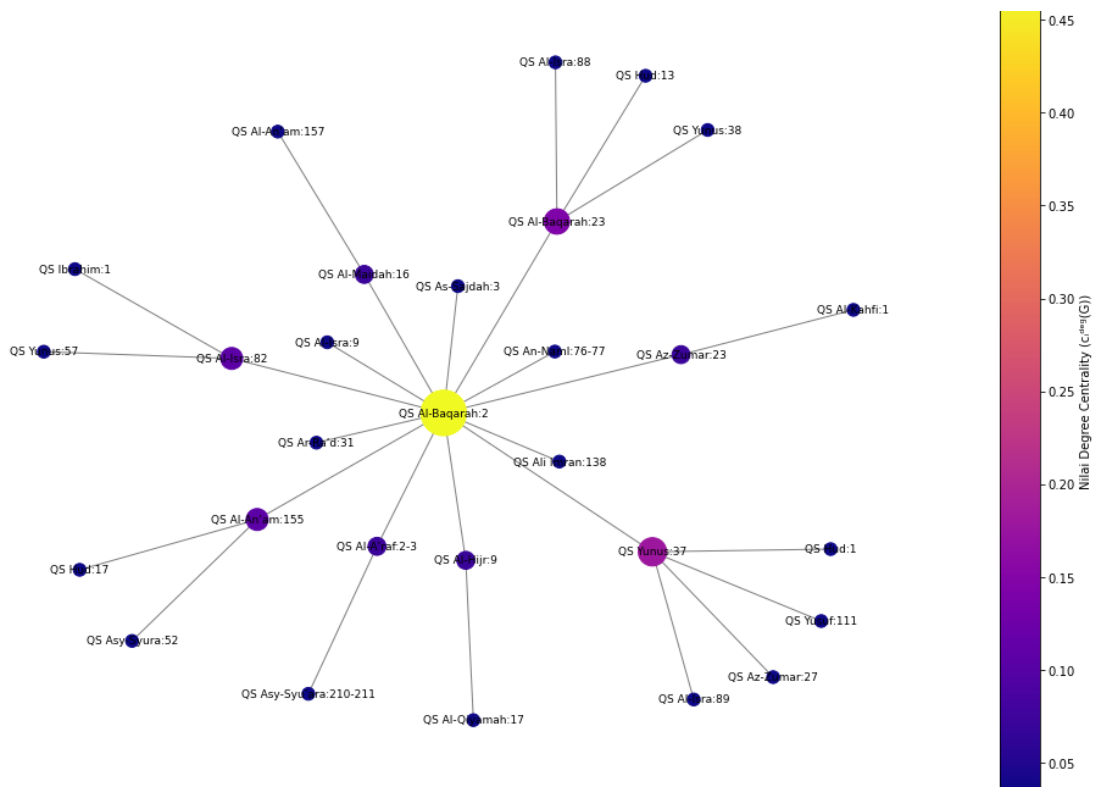
Gambar 2. Graf Hasil *Minimum Spanning Tree (MST)*

Visualisasi hasil *Minimum Spanning Tree (MST)* disajikan pada [gambar 2](#). Struktur graf memperlihatkan keterhubungan antar-ayat yang membentuk pola jaringan tematik berlapis, dengan simpul-simpul utama berperan sebagai penghubung antarkluster.

Perhitungan *degree centrality* dilakukan untuk menentukan ayat yang memiliki konektivitas tertinggi ([tabel 7](#)) dalam struktur *Minimum Spanning Tree (MST)*. Nilai *degree centrality* diperoleh dari jumlah koneksi (derajat) tiap simpul yang dinormalisasi terhadap jumlah maksimum derajat yang mungkin ($n - 1 = 28$)

Tabel 7. Konektivitas Tertinggi Dalam Struktur *Minimum Spanning Tree (MST)*

Indeks (i)	Degree $d_i(G)$	$c_i^{deg}(G) = \frac{d_i(G)}{28}$	Kategori (interpretasi)
0	13	13/28	Simpul pusat / <i>very high connectivity</i>
15	5	5/28 (0.1786)	Konektivitas menengah-tinggi (penghubung beberapa klaster)
24	4	4/28 (0.1429)	Konektivitas menengah-tinggi
7, 20	3	3/28 (0.1071)	Konektivitas sedang — simpul penghubung antarklaster
6, 10, 13, 22	2	2/28 (0.0714)	Rata-rata konektivitas menengah
1,2,3,4,5,8,9,11,12,14,16,17,18,19,21,23,25,26,27,28	1	1/28 (0.0357)	Konektivitas rendah (terminal vertex)

Gambar 3. Graf Hasil *Degree Centrality*

Dari hasil analisis jaringan, QS Al-Baqarah:2 merupakan simpul paling sentral dengan nilai *degree centrality* tertinggi sebesar 0,464, diikuti oleh QS Yunus:37 (0,179) dan QS Al-Baqarah:23 (0,143). Ayat-ayat ini berfungsi sebagai penghubung utama ([gambar 3](#)) antar kelompok tema yang berbeda, sehingga berperan penting dalam menjaga keterpaduan makna tematik tentang keutamaan Al-Qur'an. Sementara itu, QS Al-Isra:82 memiliki

degree centrality sedang (0,107) dan berfungsi sebagai simpul penghubung antar subklaster, khususnya antara tema “obat dan rahmat” dengan kelompok ayat petunjuk. Dengan demikian, struktur jaringan ini menunjukkan bahwa keterhubungan tematik dalam ayat-ayat keutamaan Al-Qur’an didominasi oleh beberapa simpul utama dengan konektivitas tinggi yang mengintegrasikan beragam tema pendukung.

Selanjutnya, dilakukan deteksi komunitas tematik menggunakan Algoritma Louvain untuk mengidentifikasi klaster alami (*natural clustering*) dalam struktur *Minimum Spanning Tree (MST)*. Hasil pengelompokan menghasilkan enam komunitas utama yang konsisten dengan klasifikasi tematik hasil analisis tafsir. Berikut ini hasil pengelompokan tematik menggunakan Algoritma Louvain dapat dilihat pada [tabel 8](#).

Tabel 8. Hasil Pengelompokan Tematik

Kelompok Tematik	Surah & Ayat	Tema Utama	Makna Ringkas (Tafsir)
1	Al-Isra:82; Ibrahim:1; Yunus:57	Obat & Rahmat	Al-Qur’an sebagai penawar dan rahmat bagi orang beriman, yang membimbing dari kegelapan menuju cahaya.
2	Az-Zumar:23; Al-Kahfi:1	Perkataan Terbaik	Al-Qur’an adalah kitab terbaik, lurus tanpa kebengkokan, yang menggugah hati orang beriman.
3	Al-An’am:155; Hud:17; Asy-Syura:52	Berpegang Teguh	Al-Qur’an sebagai kitab yang diberkahi dan petunjuk yang menunjukkan jalan lurus bagi orang bertakwa.
4	Al-Baqarah:2; Ali Imran:138; Ar-Ra’d:31; Al-Isra:9; An-Naml:76–77; As-Sajdah:3	Petunjuk	Al-Qur’an sebagai pedoman dan bimbingan bagi umat manusia menuju jalan kebenaran.
	Al-A’raf:2–3; Asy-Syu’ara:210–211	Dari Allah	Al-Qur’an diturunkan agar ditaati dan menjadi peringatan bagi yang berpaling dari kebenaran.
	Al-Hijr:9; Al-Qiyamah:17	Terjaga	Allah menjamin keaslian dan penjagaan Al-Qur’an dari penyimpangan.
5	Al-Maidah:16; Al-An’am:157	Jalan Keluar	Al-Qur’an memberi petunjuk dan jalan keselamatan bagi yang beriman.
	Al-Baqarah:23; Yunus:38; Hud:13; Al-Isra:88	Tidak Dapat Ditiru	Al-Qur’an memiliki keindahan dan susunan kata yang tak tertandingi, menegaskan kemukjizatannya.
6	Yunus:37; Hud:1; Yusuf:111; Al-Isra:89; Az-Zumar:27	Menjelaskan Segalanya	Al-Qur’an menjelaskan segala sesuatu melalui kisah dan perumpamaan agar

Kelompok Tematik	Surah & Ayat	Tema Utama	Makna Ringkas (Tafsir)
			manusia mengambil pelajaran.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pendekatan teori graf mampu merepresentasikan keterhubungan tematik antar-ayat Al-Quran secara sistematis dan kuantitatif. Dengan memanfaatkan *Minimum Spanning Tree (MST)* berbasis Algoritma Kruskal, struktur konektivitas antar-ayat dapat disederhanakan tanpa kehilangan hubungan tematik utama. *Minimum Spanning Tree (MST)* berfungsi menghilangkan sisi-sisi yang bersifat redundan, sehingga pola koneksi antar-ayat yang membahas keutamaan Al-Quran tampak lebih jelas dan efisien. Struktur graf hasil *Minimum Spanning Tree (MST)* menunjukkan bahwa setiap kelompok tema – seperti petunjuk, berpegang teguh, (Yasin & Afandi, 2014) menjelaskan segalanya, dan tidak dapat ditiru – membentuk rantai koneksi yang relatif linear dan saling terhubung melalui simpul penghubung dengan derajat tertinggi.

Temuan ini diperkuat dengan hasil perhitungan *degree centrality* yang menunjukkan bahwa beberapa ayat memiliki tingkat keterhubungan tertinggi dibandingkan ayat lain. Misalkan, QS Al-Kahfi:1 dan QS Al-Isra:82 memiliki nilai *degree centrality* tertinggi (0.107143), yang menunjukkan peran penting ayat-ayat tersebut dalam menghubungkan beberapa tema sekaligus. QS Al-Kahfi:1, misalnya, menjadi simpul penghubung antara tema perkataan terbaik dan terjaga, sedangkan QS Al-Isra:82 menghubungkan tema obat dengan nama dan sifat. Hal ini mengindikasikan bahwa kedua ayat tersebut berperan sebagai titik konvergensi semantik — menghubungkan dimensi makna yang berbeda dalam konteks keutamaan Al-Qur’an.

Selain itu, hasil *graph coloring* menghasilkan bilangan kromatik sebesar 7, yang menunjukkan tingkat kompleksitas hubungan semantik yang cukup tinggi antar-ayat. Nilai ini mengindikasikan bahwa terdapat sedikitnya tujuh kelompok keterkaitan tematik yang tidak dapat ditempatkan dalam kategori yang sama tanpa menyebabkan tumpang tindih hubungan makna. Kompleksitas tersebut menggambarkan bahwa ayat – ayat Al-Qur’an yang membahas keutamaan Al-Qur’an memiliki jaringan hubungan yang kaya dan saling beririsan, sesuai dengan karakteristik Al-Qur’an yang tematik dan saling menafsirkan antar-ayat.

Lebih lanjut, penerapan Algoritma Louvian dalam mendeteksi komunitas tematik berhasil mengidentifikasi enam kelompok utama, yaitu: petunjuk, berpegang teguh, menjelaskan segalanya, tidak dapat ditiru, obat, dan nama serta sifat. Hasil ini memperlihatkan bahwa struktur komunitas yang terbentuk secara alami dalam *Minimum Spanning Tree (MST)* sesuai dengan klasifikasi semantik yang telah ditentukan berdasarkan tafsir.

Jika dibandingkan dengan penelitian terdahulu yang menggunakan *Latent Dirichlet Allocation (LDA) Algorithm* (Badawy et al., 2024). *Minimum Spanning Tree (MST)* memberikan pemetaan hubungan yang efisien dan tidak berlebihan, sedangkan *degree centrality* menyoroti ayat-ayat kunci yang menjadi pusat makna dalam jaringan semantik Al-Qur’an. Dengan demikian, penelitian ini memperluas ruang kajian analisis tematik Al-Qur’an melalui pendekatan komputasional yang berbasis data (*data-driven thematic analysis*).

Dari sisi metodologis, pendekatan ini memiliki kelebihan dalam kemampuan mengintegrasikan data tafsir, tema, dan relasi semantik dalam satu struktur matematis yang dapat dianalisis secara kuantitatif dan divisualisasikan. Namun, penelitian ini juga

memiliki keterbatasan, yaitu pemilihan ayat yang hanya berfokus pada tema keutamaan Al-Qur'an. Ke depan, cakupan penelitian dapat diperluas dengan melibatkan lebih banyak tema seperti iman, amal saleh, atau akhlak, sehingga menghasilkan graf dengan dimensi semantik yang lebih luas dan kompleks. Selain itu, algoritma *weighted graph* dengan pembobotan berdasarkan tingkat kesamaan semantik yang dihitung melalui analisis teks otomatis (misalnya *cosine similarity* atau *semantic embeddings*) dapat diterapkan untuk meningkatkan ketepatan relasi antar-ayat.

Secara konseptual, temuan penelitian ini memperkuat pemahaman bahwa struktur tematik Al-Qur'an bersifat jaringan (*networked structure*), di mana satu ayat dapat berfungsi sebagai simpul penghubung antar tema, dan keterhubungan ini dapat dianalisis secara objektif menggunakan teori graf. Hal ini mendukung paradigma baru dalam studi tafsir komputasional yang menempatkan Al-Qur'an bukan hanya sebagai teks linear, tetapi sebagai sistem pengetahuan yang saling terhubung dan dapat direpresentasikan dalam model matematis yang dapat diukur dan divisualisasikan.

Kesimpulan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan teori graf melalui pendekatan *Minimum Spanning Tree (MST)* dan *Degree Centrality* efektif dalam memetakan keterhubungan tematik antar-ayat Al-Qur'an. Model graf yang dibangun berhasil menggambarkan struktur semantik ayat-ayat tentang keutamaan Al-Qur'an secara komputasional dan terukur.

Konstruksi *Minimum Spanning Tree (MST)* menghasilkan tujuh klaster utama yang merepresentasikan tema *petunjuk, berpegang teguh, menjelaskan segalanya, tidak dapat ditiru, perkataan terbaik, obat dan rahmat, serta terjaga*. Analisis *degree centrality* menunjukkan bahwa QS Al-Baqarah:2 memiliki nilai keterhubungan tertinggi (0,464), diikuti oleh QS Yunus:37 (0,179) dan QS Al-Baqarah:23 (0,143). Ayat-ayat ini berfungsi sebagai simpul utama yang menghubungkan berbagai tema keutamaan Al-Qur'an.

Penerapan algoritma Louvain mengidentifikasi enam komunitas tematik yang selaras dengan klasifikasi tafsir, menegaskan konsistensi hasil analisis. Temuan ini membuktikan bahwa pendekatan graf dapat digunakan sebagai metode analisis tematik Al-Qur'an yang objektif dan berbasis data (*data-driven*), sekaligus membuka peluang pengembangan lebih lanjut dalam riset tafsir digital dan ilmu Al-Qur'an komputasional.

Ucapan Terimakasih

Terimakasih kepada seluruh pihak yang telah memberikan bantuan dalam kegiatan penulisan artikel ini.

Kontribusi Penulis

Seluruh penulis terlibat dalam proses pengumpulan data dan penyusunan laporan. Penulis pertama dan kedua bertanggung jawab dalam pengolahan data serta penulisan naskah artikel.

Daftar Pustaka

- Arslan, E., Turan, E., Tülü, N., Ç, & Orhan, U. (2020). A Comparison Of Graph Centrality Algorithms For Semantic Distance. *ÇOMÜ LJAR*, 1(2), 61–70. [Website](#)
- Arul, S. M., Senthil, G., Jayasudha, S., Alkhayyat, A., Azam, K., & Elangovan, R. (2023). Graph Theory And Algorithms For Network Analysis. *E3S Web Of Conferences*, 399. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202339908002>

- Badawy, A. A., Elhinawy, E., Salah, A., & Mahdi, M. A. (2024). Topic Discovery In The Digital Quran: A Text Mining Approach. *Journal Of Information Systems Engineering And Management (Volume 18s)*. <https://doi.org/10.52783/jisem.v10i18s.2976>
- Cheng, Y. Y., Lee, R. K. W., Lim, E. P., & Zhu, F. (2015). *Measuring Centralities For Transportation Networks Beyond Structures*. DOI:10.1007/978-3-319-19003-7_2
- Fillah Arjuna, A. S. (2024). Nur Inayah, & Taufik Edy Sutanto. *The Indonesian Journal Of Computer Science*, 13(4). <https://doi.org/10.33022/ijcs.v13i4.4170>
- Gallian, J. A. (2018). A Dynamic Survey Of Graph Labeling. *The Electronic Journal Of Combinatorics*. [Website](https://doi.org/10.37236/1000)
- Lakutu, N. F., Mahmud, S. L., Katili, M. R., & Yahya, N. I. (2023). Algoritma Dijkstra Dan Algoritma Greedy Untuk Optimasi Rute Pengiriman Barang Pada Kantor Pos Gorontalo. *Euler : Jurnal Ilmiah Matematika, Sains Dan Teknologi*, 11(1), 55–65. <https://doi.org/10.34312/euler.v11i1.18244>
- Lubis, H., & Nuraini, S. (2024). Eksplorasi Pewarnaan Graf Dalam Identifikasi Destinasi Kuliner Menggunakan Algoritma Welch Powell Di Kota Serang. *Jurnal Ilmiah Matematika Realistik (JI-MR)*, 5(2), 396–402. <https://doi.org/10.33365/ji-mr.v5i2.5996>
- Lubis, H., & Srisulistiwati, D. B. (2021). Algoritma Prim Dan Kruskal Dalam Mencari Minimum Spanning Tree Pada Bahasa Pemrograman C. <https://doi.org/10.35968/jsi.v8i2.711>
- Lubis, H., Sugeng, K. A., & Silaban, D. (2023). Bilangan Keterhubungan Pelangi Dan Keterhubungan Pelangi Kuat Pada Graf $\odot$ Dan Graf $\odot n$. *Jurnal Sains Dan Matematika Unpam*, 5(2), 180–198. [Website](https://doi.org/10.30605/jsm.v5i2.180)
- Napitupulu, H., Carnia, E., Johansyah, M. D., Matematika, F., Ilmu, D., & Alam, P. (2020). Pengukuran Centrality Pada Graf Jaringan Serat Optik Palapa Ring Timur II. [Http://Palaparing.Id/](http://Palaparing.Id/).
- Nisrina, N. (2023). Analisis Centrality Dan Modularity Pada Graf Untuk Identifikasi Relasi Penelitian Indeks Topologi. [Website](https://doi.org/10.30605/jsm.v5i2.180)
- Rahimah, E., Yulianti, L., & Welyyanti, D. (2018). Penentuan Bilangan Kromatik Lokasi Graf Thron Dari Graf Roda W3. <https://doi.org/10.25077/jmu.7.1.1-8.2018>
- Riyadi, S., Rozaanah, & Abdulghani, N. A. (2025). Integrasi Teknologi Dalam Pendidikan Islam: Tasqif. *Journal Of Islamic Pedagogy*, 2(2), 1–14. <https://doi.org/10.51590/tsqf.v2i2.17>
- Shihab, M. Q. (2002). *Tafsir Al-Mishbah : Pesan, Kesan Dan Keserasian Al-Qur'an*. Lentera Hati.
- Sholikhatin, S. A., Prasetyo, A. B., & Nurhopipah, A. (2020). Aplikasi Berbasis Desktop Untuk Penyelesaian Graph Dengan Algoritma Kruskal Dan Algoritma Prim. *Rekayasa Sistem Komputer*, 3(2), 89–93. [Website](https://doi.org/10.30605/jsm.v5i2.180)
- Sinlae, A. A. J., Nuraini, R., Alamsyah, D., & Riskiono, S. D. (2023). Implementasi Algoritma A* (A-Star) Dan Greedy Dalam Penentuan Routing Pada Wide Area Network (WAN). *Journal Of Computer System And Informatics (Josyc)*, 4(3), 551–557. <https://doi.org/10.47065/josyc.v4i3.3374>
- Syakir, S. A. (2012). Tafsir Ibnu Katsir Mukhtashar.
- Talumewo, M. D., Sintiar, D. N. L., Novitaningrum, D., Dalimarta, F. F., Budianita, A., Ardiansyah, M., Thamrin, M., Jufri, L., H., & Supriyanto, F. B. (2025). *Ebook Algoritma Dan Struktur Data*. [//Scholar.Google.Com/Scholar?Oi=Bibs&Cluster=8033417819547066229&Btni=1&Hl=Id](https://scholar.google.com/scholar?oi=bibs&cluster=8033417819547066229&btni=1&hl=id).

Yasin, M., & Afandi, B. (2014). Simulasi Minimum Spanning Tree Graf Berbobot Menggunakan Algoritma Prim Dan Algoritma Kruskal. *Eucazione*, 2(ue 2)). [Website](#)