



Pola Transformasi Aksi, Proses, Objek, dan Skema Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah Limit Ditinjau dari Gaya Kognitif

Ayu Aristika¹

¹Universitas Islam An Nur Lampung, Indonesia

Abstract: This study aims to describe the transformation patterns of Action-Process-Object-Schema (APOS) in students with Field Dependent (FD), Field Neutral, and Field Independent (FI) cognitive styles when solving limit problems. The central issue addressed in this research is the low level of conceptual understanding of limits among students. The study employs an exploratory qualitative approach with a collective case study design. The research subjects consist of nine mathematics education students selected based on the results of a cognitive-style assessment. Data were collected through APOS-based problem-solving tasks, observations of students' thinking processes, and semi-structured in-depth interviews. The analysis reveals that FD students tend to remain at the action-process stages, FN students reach the process-object stages, while FI students construct conceptual understanding up to the object-schema stages. These findings indicate that cognitive style influences the depth and flexibility of students' understanding of the limit concept. Theoretically, this study extends the application of APOS theory by incorporating cognitive style as a mediating factor. Practically, the results recommend implementing calculus learning strategies that are adaptive to students' cognitive styles to strengthen conceptual transformation processes in advanced mathematics learning.

Keywords: APOS theory, Cognitive style, Field dependent, Field independent, Limit

Abstrak: Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan pola transformasi *Action-Process-Object-Schema* (APOS) pada mahasiswa dengan gaya kognitif *Field Dependent* (FD), *Field Neutral*, dan *Field Independent* (FI) dalam memecahkan masalah limit. Permasalahan rendahnya pemahaman konseptual terhadap konsep limit menjadi fokus utama penelitian ini. Pendekatan yang digunakan adalah kualitatif eksploratif dengan desain studi kasus kolektif. Subjek penelitian terdiri atas sembilan mahasiswa program studi pendidikan matematika yang ditentukan berdasarkan hasil asesmen gaya kognitif. Data dikumpulkan melalui tugas pemecahan masalah berbasis APOS, observasi alur berpikir, dan wawancara mendalam semi-terstruktur. Hasil analisis menunjukkan bahwa mahasiswa FD cenderung berhenti pada tahap aksi-proses, mahasiswa FN mencapai tahap proses-objek, sedangkan mahasiswa FI telah membangun pemahaman konseptual hingga tahap objek-skema. Temuan ini menegaskan bahwa gaya kognitif berpengaruh terhadap kedalaman dan fleksibilitas pemahaman konsep limit. Secara teoretis, penelitian ini memperluas penerapan teori APOS dengan menambahkan dimensi gaya kognitif sebagai faktor mediasi. Secara praktis, hasil penelitian merekomendasikan penerapan strategi pembelajaran kalkulus yang adaptif terhadap gaya berpikir mahasiswa untuk memperkuat proses transformasi konseptual dalam pembelajaran matematika tingkat tinggi.

Kata Kunci: *Field dependent*, *Field independent*, Gaya kognitif, Limit, Teori APOS

Pendahuluan

Pemahaman konsep limit merupakan aspek fundamental dalam kalkulus karena menjadi dasar bagi penguasaan konsep turunan dan integral. Konsep limit tidak hanya memerlukan kemampuan prosedural, tetapi juga pemahaman konseptual yang mendalam tentang pendekatan nilai fungsi menuju suatu titik tertentu. Dalam konteks pembelajaran di perguruan tinggi, banyak mahasiswa yang masih mengalami kesulitan memahami makna limit, terutama ketika dihadapkan pada representasi yang berbeda seperti grafik, tabel, atau simbol aljabar. Hal ini menunjukkan adanya kebutuhan mendesak untuk memahami bagaimana mahasiswa membangun dan mentransformasi pengetahuan matematisnya (Hasibuan & Hidayat, 2021). Perspektif teori konstruktivistik, pemahaman konsep matematis tidak sekadar diperoleh melalui penerimaan informasi, melainkan dibangun melalui proses internalisasi dan refleksi. Salah satu teori yang banyak digunakan untuk menganalisis konstruksi konsep matematis adalah teori *Action-Process-Object-Schema* (APOS) yang diperkenalkan oleh Dubinsky & Weller (2020). Teori ini menjelaskan bahwa pemahaman konsep terbentuk melalui empat tahapan transformasi kognitif: aksi (melakukan langkah prosedural), proses (mampu merepresentasikan aksi secara mental), objek (melihat konsep sebagai entitas utuh), dan skema (mengintegrasikan objek ke dalam struktur pengetahuan yang lebih luas) (Browne et al., 2020).

Penerapan teori APOS telah banyak digunakan untuk mengidentifikasi miskonsepsi mahasiswa dalam berbagai topik kalkulus, termasuk limit, turunan, dan integral. Penelitian T. Hidayat & A. Ramadhani (2022) menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa hanya mencapai tahap proses tanpa mampu mengonstruksi objek secara utuh dalam memahami limit. Temuan tersebut memperlihatkan adanya perbedaan dalam cara berpikir dan menalar antarindividu yang mungkin dipengaruhi oleh faktor gaya kognitif. Dalam konteks inilah peran gaya kognitif menjadi relevan untuk dikaji lebih dalam. Gaya kognitif merupakan karakteristik psikologis yang menggambarkan cara individu menerima, mengorganisasi, dan mengolah informasi. Dalam kajian pendidikan matematika, gaya kognitif dibedakan menjadi tiga: Field Dependent (FD), Field Neutral, dan Field Independent (FI). Mahasiswa dengan gaya FD cenderung memerlukan bantuan konteks eksternal, sedangkan mahasiswa FI mampu memproses informasi secara mandiri dan analitis. Sementara itu, gaya FN berada di antara keduanya dengan fleksibilitas kognitif yang lebih tinggi (Suprpto et al., 2021).

Penelitian terbaru oleh Rahmi et al. (2024) menemukan bahwa mahasiswa FI menunjukkan kemampuan reflektif dan restrukturisasi konsep yang lebih baik dalam menyelesaikan soal kalkulus dibandingkan mahasiswa FD. Namun, penelitian tersebut belum mengkaji secara spesifik bagaimana tahapan transformasi APOS berlangsung pada setiap tipe gaya kognitif. Padahal, pemetaan proses kognitif berdasarkan gaya berpikir dapat membantu memahami secara lebih komprehensif dinamika pembentukan konsep matematis. Keterbatasan penelitian terdahulu juga terlihat dari kecenderungan untuk fokus pada hasil belajar kuantitatif, bukan pada proses berpikir mahasiswa selama memecahkan masalah. Kajian Nuraini & Yusuf (2022) misalnya, menyoroti kesulitan mahasiswa memahami limit dari sisi performa tes, tetapi belum menggali narasi pengalaman dan strategi mental yang digunakan. Di sisi lain, pendekatan kualitatif memungkinkan peneliti memahami pengalaman subjektif mahasiswa secara mendalam melalui wawancara, observasi, dan analisis reflektif.

Analisis pola transformasi APOS pada mahasiswa dengan gaya kognitif berbeda juga memiliki implikasi pedagogis yang signifikan. Dengan memahami perbedaan pola berpikir antara mahasiswa FD, FN, dan FI, dosen dapat merancang strategi pembelajaran

yang lebih adaptif dan kontekstual. Misalnya, mahasiswa FD dapat dibantu melalui visualisasi dan *scaffolding*, sedangkan mahasiswa FI dapat diberikan tantangan konseptual yang lebih abstrak untuk menstimulasi restrukturisasi kognitif (Sari & Rahman, 2023). Selain itu, pemetaan pola APOS juga dapat memperkaya kajian teoritis dalam pendidikan matematika, khususnya dalam pengembangan model pembelajaran berbasis teori kognitif. Browne et al. (2020) menegaskan bahwa analisis berbasis APOS tidak hanya menilai kemampuan, tetapi juga memetakan jalur perkembangan kognitif mahasiswa. Dengan demikian, penelitian ini tidak hanya berkontribusi pada pengembangan teori, tetapi juga menawarkan panduan praktis dalam perancangan kurikulum kalkulus.

Kesenjangan utama yang hendak dijawab dalam penelitian ini adalah belum adanya kajian integratif yang menghubungkan gaya kognitif FD–FN–FI dengan pola transformasi APOS pada konteks pemecahan masalah limit. Studi ini berupaya menutup celah tersebut melalui pendekatan kualitatif eksploratif dengan menganalisis proses berpikir mahasiswa berdasarkan data wawancara mendalam, tugas tertulis, dan observasi pembelajaran. Dengan pendekatan ini, diharapkan dapat diperoleh pemahaman yang lebih kaya tentang bagaimana gaya kognitif memengaruhi cara mahasiswa mentransformasi pengalaman belajar menjadi struktur konseptual matematis. Tujuan dalam penelitian ini adalah untuk memetakan dan menganalisis pola transformasi Aksi–Proses–Objek–Skema pada mahasiswa dengan gaya kognitif FD, FN, dan FI dalam konteks pemecahan masalah limit. Penelitian ini diharapkan memberikan kontribusi teoretis terhadap pengembangan model konseptual APOS yang lebih kontekstual serta kontribusi praktis bagi pendidik dalam merancang strategi pembelajaran kalkulus yang responsif terhadap perbedaan gaya kognitif mahasiswa.

Gaya kognitif merupakan kecenderungan psikologis yang menggambarkan cara individu menerima, memproses, dan mengorganisasi informasi ketika menghadapi situasi belajar. Menurut Witkin dan Goodenough dalam teori *Field Dependence–Independence*, individu diklasifikasikan menjadi tiga tipe: *Field Dependent* (FD), *Field Neutral*, dan *Field Independent* (FI). Mahasiswa dengan gaya FD cenderung lebih sensitif terhadap konteks eksternal dan membutuhkan arahan dari lingkungan, sedangkan mahasiswa FI lebih mandiri, analitis, dan mampu memisahkan informasi penting dari konteks yang mengganggu. Sementara itu, individu FN menempati posisi tengah dengan kemampuan adaptif terhadap perubahan konteks (Suprpto et al., 2021). Gaya kognitif dalam pembelajaran matematika berpengaruh terhadap strategi pemecahan masalah dan cara berpikir konseptual mahasiswa. Penelitian oleh Rahmi et al. (2024) menunjukkan bahwa mahasiswa FI menunjukkan kecenderungan berpikir reflektif dan sistematis dalam menyelesaikan soal kalkulus, sedangkan mahasiswa FD lebih mengandalkan bantuan visual atau diskusi kelompok. Penelitian ini menegaskan pentingnya memperhatikan variasi gaya kognitif dalam desain pembelajaran, karena perbedaan tersebut dapat memengaruhi efektivitas pemahaman konsep abstrak seperti limit. Selain itu, gaya kognitif juga berhubungan erat dengan tingkat kemandirian belajar dan kemampuan metakognitif. Mahasiswa dengan gaya FI memiliki kemampuan kontrol diri yang lebih tinggi dalam proses berpikir, sementara mahasiswa FD lebih dipengaruhi oleh faktor sosial dan emosional dalam pembelajaran (T. Hidayat & A. Ramadhani, 2022). Dalam penelitian ini, pemahaman tentang gaya kognitif digunakan untuk menjelaskan variasi pola berpikir mahasiswa dalam mentransformasi konsep matematis melalui kerangka teori APOS.

Teori APOS dikembangkan oleh Ed Dubinsky sebagai pendekatan untuk menjelaskan proses konstruksi pengetahuan matematis berdasarkan teori Piaget tentang

perkembangan kognitif. APOS merupakan akronim dari *Action*, *Process*, *Object*, dan *Schema*, yang menggambarkan tahapan transformasi kognitif seseorang dalam memahami suatu konsep matematis. Pada tahap aksi, mahasiswa melakukan langkah prosedural tanpa refleksi mendalam. Pada tahap proses, mahasiswa mulai menginternalisasi langkah-langkah tersebut secara mental. Tahap objek muncul ketika mahasiswa mampu melihat konsep sebagai entitas utuh yang dapat dimanipulasi secara abstrak, dan tahap skema menunjukkan kemampuan mengintegrasikan berbagai objek ke dalam struktur pengetahuan yang kohesif (Browne et al., 2020). Penelitian terbaru menunjukkan bahwa teori APOS efektif digunakan untuk menganalisis kesulitan konseptual mahasiswa pada berbagai topik kalkulus (Widodo & Kurniasih, 2022). R. Hidayat & R. Ramadhani (2022) menemukan bahwa sebagian besar mahasiswa masih berada pada tahap aksi dan proses ketika memahami limit fungsi, dan jarang mencapai tahap skema yang menunjukkan pemahaman konseptual yang matang. Hal ini menandakan perlunya strategi pembelajaran yang mendorong mahasiswa melewati transformasi kognitif tersebut. Mekanisme transformasi dari aksi ke skema menggambarkan bagaimana mahasiswa beralih dari pengetahuan prosedural menuju pemahaman konseptual yang terintegrasi. Proses ini tidak bersifat linear, tetapi melibatkan refleksi, rekonstruksi, dan reorganisasi mental terhadap pengalaman belajar sebelumnya (Sari & Rahman, 2023). Dalam konteks penelitian ini, teori APOS digunakan sebagai kerangka analisis untuk memahami bagaimana gaya kognitif memengaruhi setiap tahap transformasi dalam pemecahan masalah limit.

Proses pemecahan masalah matematika pada mahasiswa tidak dapat dilepaskan dari interaksi antara faktor kognitif internal dan pengalaman belajar yang dimilikinya. Dalam perspektif teori sosial kognitif, pembelajaran dipandang sebagai hasil hubungan timbal balik antara aspek personal, perilaku, dan lingkungan, yang secara simultan memengaruhi cara individu memahami dan mengonstruksi pengetahuan matematika (Ningsih, 2023). Selain itu, perbedaan beban kognitif yang dialami mahasiswa selama proses pembelajaran turut menentukan efektivitas transformasi representasi matematis dari tahap aksi menuju proses, objek, hingga skema (Ningsih et al., 2019). Beban kognitif yang tidak terkelola dengan baik dapat menghambat kemampuan mahasiswa dalam membangun pemahaman konseptual yang utuh, khususnya pada materi limit yang bersifat abstrak. Lebih lanjut, pengetahuan awal (*prior knowledge*) memainkan peran krusial dalam membentuk skema kognitif mahasiswa, karena menjadi landasan dalam menginterpretasikan informasi baru dan mengintegrasikannya ke dalam struktur kognitif yang telah ada (Ningsih & Retnowati, 2020). Dengan demikian, analisis pola transformasi aksi, proses, objek, dan skema dalam pemecahan masalah limit perlu mempertimbangkan perbedaan gaya kognitif mahasiswa sebagai faktor yang memengaruhi cara mereka mengelola beban kognitif dan memanfaatkan pengetahuan awal secara efektif.

Konsep limit merupakan salah satu konsep abstrak yang paling menantang dalam kalkulus, karena melibatkan gagasan tentang nilai yang didekati tetapi tidak selalu dicapai. Pemahaman limit membutuhkan kemampuan berpikir tingkat tinggi yang mencakup interpretasi simbolik, visual, numerik, dan verbal. Kajian oleh Browne et al. (2020) menunjukkan bahwa mahasiswa sering mengalami kesulitan mengaitkan representasi simbolik limit dengan makna konseptualnya. Kesulitan ini berkaitan erat dengan keterbatasan kognitif dalam mengaitkan proses limit dengan ide perubahan yang kontinu. Pemahaman konsep limit dapat dilihat sebagai hasil dari integrasi antara kemampuan representasi dan kontrol metakognitif. Sari & Rahman (2023) menemukan bahwa mahasiswa dengan kemampuan kognitif reflektif cenderung mampu menjelaskan

makna limit secara verbal dan menggambarkannya melalui grafik dengan benar. Sebaliknya, mahasiswa dengan kemampuan kognitif rendah sering terjebak pada prosedur mekanistik tanpa memahami hubungan antara variabel x dan $f(x)$ saat mendekati nilai tertentu.

Beberapa penelitian juga mengidentifikasi adanya miskonsepsi umum terkait limit, seperti menganggap limit sebagai nilai yang “dicapai” oleh fungsi atau menyamakan limit dengan substitusi langsung. Hidayat et al. (2022) dan Nuraini & Yusuf (2022) menyebutkan bahwa miskonsepsi ini muncul karena mahasiswa gagal melakukan transformasi dari tahap aksi ke proses dalam kerangka APOS. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan pembelajaran yang menekankan eksplorasi makna dan refleksi, bukan sekadar penyelesaian algoritmik. Teori APOS dan teori gaya kognitif dipadukan untuk memahami bagaimana mahasiswa dengan karakteristik FD, FN, dan FI melalui tahapan kognitif yang berbeda ketika menghadapi masalah limit. Pendekatan ini diharapkan mampu memberikan pemetaan komprehensif tentang jalur perkembangan konseptual mahasiswa serta menawarkan landasan teoritis bagi pengembangan strategi pembelajaran kalkulus yang adaptif terhadap gaya berpikir mahasiswa. Dengan demikian, kerangka konseptual penelitian ini menempatkan teori APOS sebagai dasar analisis proses transformasi konsep, dan teori gaya kognitif sebagai variabel penjelas terhadap variasi pola berpikir mahasiswa. Integrasi kedua teori tersebut diharapkan dapat menjembatani kesenjangan penelitian sebelumnya yang cenderung memisahkan aspek kognitif dan proses pembelajaran dalam kajian pemahaman konsep limit.

Metode

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif eksploratif karena bertujuan menggali secara mendalam pola berpikir dan transformasi konsep matematis mahasiswa berdasarkan teori APOS dalam konteks gaya kognitif yang berbeda. Pendekatan ini dipilih karena mampu mengungkap makna subjektif dan proses internal yang tidak dapat diukur melalui metode kuantitatif (Rahman & Browne, 2021). Fokus penelitian bukan pada hasil akhir atau tingkat kemampuan, melainkan pada bagaimana proses berpikir mahasiswa berkembang dari aksi hingga skema dalam memahami konsep limit. Jenis penelitian ini mendekati karakteristik studi kasus kolektif, karena melibatkan beberapa subjek dengan gaya kognitif berbeda (FD, FN, dan FI) untuk memahami fenomena yang sama, yaitu pemecahan masalah limit. Pendekatan studi kasus dianggap tepat karena memungkinkan eksplorasi mendalam terhadap konteks belajar dan dinamika berpikir individu (Sari & Hidayat, 2022). Dengan demikian, setiap kasus (mahasiswa dengan tipe gaya kognitif tertentu) diperlakukan sebagai unit analisis tersendiri. Penelitian dilaksanakan pada semester genap tahun akademik 2025/2026 di Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Swasta di Lampung. Pemilihan lokasi didasarkan pada ketersediaan mahasiswa yang telah menempuh mata kuliah Kalkulus I, sehingga memiliki pengalaman konseptual yang relevan terhadap materi limit. Lingkungan akademik universitas ini juga mendukung kegiatan observasi dan wawancara secara langsung maupun daring. Subjek penelitian terdiri atas sembilan mahasiswa yang mewakili tiga gaya kognitif, masing-masing tiga mahasiswa dengan tipe *Field Dependent* (FD), *Field Neutral*, dan *Field Independent* (FI). Penentuan subjek dilakukan menggunakan purposive sampling berdasarkan hasil asesmen gaya kognitif menggunakan instrumen *Group Embedded Figures Test* (GEFT) yang telah dimodifikasi (Suprpto et al., 2021). Pemilihan *purposive* dilakukan agar setiap kategori gaya kognitif terwakili secara proporsional dan sesuai dengan kebutuhan eksplorasi fenomena penelitian.

Instrumen utama dalam penelitian kualitatif adalah peneliti itu sendiri, baru instrument pendukungnya seperti tes kemampuan pemecahan masalah, lembar observasi, pedoman wawancara dan tugas pemecahan masalah limit berbasis teori APOS yang dirancang untuk menstimulasi mahasiswa melalui empat tahap berpikir (aksi, proses, objek, dan skema). Selain itu, digunakan wawancara berbasis tugas (*task-based interview*) untuk menggali lebih dalam representasi kognitif mahasiswa saat menyelesaikan masalah. Wawancara bersifat semi-terstruktur agar peneliti dapat menyesuaikan pertanyaan sesuai dengan respons subjek tanpa kehilangan arah penelitian (Rahmi et al., 2024). Prosedur pengumpulan data dilakukan dalam tiga tahap. Pertama, pemberian tugas pemecahan masalah limit untuk memunculkan proses berpikir spontan mahasiswa. Kedua, observasi langsung terhadap alur berpikir subjek selama mengerjakan soal untuk mencatat ekspresi kognitif dan strategi penyelesaian. Ketiga, wawancara mendalam dilakukan untuk mengonfirmasi dan memperdalam data dari observasi, terutama mengenai alasan di balik setiap langkah penyelesaian. Semua sesi direkam dan ditranskrip secara verbatim untuk analisis lebih lanjut.

Analisis data dilakukan secara simultan dengan pengumpulan data menggunakan model interaktif (Miles et al., 2014) yang meliputi tiga langkah utama: reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan atau verifikasi. Reduksi data dilakukan dengan mengelompokkan hasil wawancara dan observasi berdasarkan tahap APOS (aksi, proses, objek, skema). Selanjutnya dilakukan kategorisasi pola transformasi pada tiap gaya kognitif untuk menemukan perbedaan karakteristik dalam proses berpikir matematis mahasiswa. Uji keabsahan data perlu ditinjau dari uji kredibilitas, dependabilitas, transferabilitas dan konfirmabilitas. Selain itu, dilakukan member checking dengan meminta konfirmasi dari subjek terhadap hasil interpretasi peneliti agar makna yang diperoleh sesuai dengan pengalaman mereka. Teknik ini bertujuan meningkatkan kredibilitas dan keotentikan data (Sari & Rahman, 2023).

Peneliti juga menggunakan audit trail untuk mencatat seluruh proses analisis, termasuk keputusan metodologis dan logika interpretasi yang digunakan dalam setiap tahap analisis. Pendekatan ini menjamin keterlacakan dan transparansi hasil penelitian, sesuai dengan prinsip validitas dalam penelitian kualitatif (R. Hidayat & R. Ramadhani, 2022). Semua temuan dianalisis secara naratif dan disajikan dalam bentuk deskripsi tematik untuk menggambarkan pola khas masing-masing gaya kognitif dalam mentransformasi konsep limit. Dengan demikian, metodologi penelitian ini memungkinkan eksplorasi komprehensif terhadap interaksi antara gaya kognitif dan struktur berpikir matematis dalam kerangka APOS. Hasil analisis diharapkan dapat menjadi dasar bagi pengembangan model pembelajaran kalkulus yang adaptif terhadap gaya berpikir mahasiswa serta memberikan kontribusi teoretis bagi pengembangan teori konstruktivisme matematis.

Hasil dan Pembahasan

Data yang dikumpulkan melalui wawancara berbasis tugas dan observasi pemecahan masalah dianalisis untuk mengidentifikasi pola transformasi kognitif dalam kerangka *Action-Process-Object-Schema* (APOS). Temuan penelitian disajikan dalam tiga tema utama: (1) tahapan transformasi, (2) pengaruh gaya kognitif (FD-FN-FI), dan (3) konstruksi makna konseptual limit. Setiap temuan disertai interpretasi dan keterkaitan teoritis.

Tahapan Transformasi dalam Memahami Konsep Limit

Analisis menunjukkan (tabel 1) bahwa mahasiswa menampilkan transformasi kognitif yang berbeda ketika menyelesaikan masalah limit. Mahasiswa dengan gaya *Field*

Dependent (FD) cenderung sangat bergantung pada peniruan prosedural, menunjukkan ketergantungan yang kuat pada petunjuk eksternal dan contoh yang diberikan. Salah satu peserta FD menyatakan, “Saya hanya mengikuti langkah dosen. Kalau hasilnya 0/0, saya cari contoh lain.” Pernyataan ini mencerminkan tahap aksi, di mana pemahaman masih bersifat operasional dan belum reflektif.

Mahasiswa *Field Neutral* menunjukkan fleksibilitas yang lebih besar, bergerak dari tahap proses menuju tahap objek. Mereka menggunakan representasi simbolik dan grafik, sebagaimana dinyatakan salah satu peserta FN: “Kalau x mendekati suatu titik, saya lihat bagaimana fungsi bergerak dari kedua sisi; kalau bertemu, itu limitnya.” Peserta FN telah menginternalisasi prosedur dan mulai membentuk hubungan konseptual. Sebaliknya, mahasiswa *Field Independent* (FI) mencapai tahap objek-skema. Mereka bernalar secara abstrak dan menghubungkan konsep limit dengan turunan serta kekontinuan. Salah satu pernyataan FI yang khas adalah: “Limit bukan nilainya, tetapi kecenderungan nilai fungsi saat mendekati suatu titik.”

Tabel 1. Tahapan Transformasi APOS Berdasarkan Gaya Kognitif

Gaya Kognitif	Tahap Dominan	Karakteristik Berpikir	Kutipan Representatif
<i>Field Dependent</i> (FD)	Aksi-Proses	Prosedural, terikat konteks	“Saya mengikuti langkah dosen.”
<i>Field Neutral</i>	Proses-Objek	Fleksibel, reflektif, visual	“Saya cek kedua sisi grafik dulu.”
<i>Field Independent</i> (FI)	Objek-Skema	Abstrak, integratif, mandiri	“Limit menunjukkan kecenderungan fungsi.”

Temuan ini sejalan dengan Hidayat et al. (2022), yang menyatakan bahwa transisi dari proses ke objek membutuhkan abstraksi reflektif. Pola bertingkat dari FD ke FI menunjukkan peran mediasi gaya kognitif dalam transformasi konseptual.

Representasi dan Internalisasi Konsep Limit

Soal: Hitunglah nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \dots$

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{x^2} \cdot \frac{-2 \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2}}{x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{-2} \cdot \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \cdot \frac{x^2}{x^2} \cdot \frac{-2 \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2}}{x^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} -2 \cdot \frac{x}{x} \cdot x^2 \\
 &= -2 \cdot (0) \cdot (0)^2 \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

Gambar 1. Hasil Jawaban mahasiswa pada soal

Pada soal dan hasil jawaban mahasiswa pada Gambar 1, sebanyak 15 mahasiswa menjawab benar dan 7 lainnya menjawab salah. Berdasarkan hasil analisis jawaban siswa dan wawancara mendalam, dari kedua nomor tersebut terungkap adanya ketidaksesuaian antara proses berpikir dengan struktur masalah. Ketidaksesuaian tersebut dapat dilihat pada wawancara berikut:

Hasil wawancara mahasiswa 1 tipe FD:

P : "Pada langkah awal Anda menuliskan $1 - \cos x = 2\sin^2(\frac{x}{2})$. Mengapa memilih bentuk itu?"

S-FD : "Saya melihat bentuknya sering berpasangan antara sin dan cos, jadi saya langsung ingat rumus yang mirip itu. Saya tidak yakin sepenuhnya, tapi saya tulis saja dulu supaya bentuknya berubah."

P : "Apakah Anda memeriksa kembali kebenaran identitas tersebut?"

S-FD : "Tidak, saya pikir sudah benar. Kalau contoh dari dosen biasanya jelas, tapi kalau sendiri saya bingung rumus yang tepat itu yang mana."

P : "Ketika hasilnya tidak sesuai apa yang Anda rasakan?"

S-FD : "Saya tahu ada yang salah tapi saya sulit menemukan bagian yang keliru. Saya menunggu petunjuk atau contoh untuk memastikan."

Hasil wawancara mahasiswa 2 tipe FN:

P : "Anda sempat menuliskan bentuk lain sebelum memperbaikinya. Apa yang membuat Anda mengganti strategi?"

S-FN : "Awalnya saya coba pakai identitas yang saya ingat, tapi setelah lihat bentuknya tidak berubah, saya coba cek grafiknya. Dari grafik mendekati 0, seharusnya nilainya konstan, jadi saya kembali cek rumusnya."

P : "Mengapa Anda memeriksa grafik?"

S-FN : "Biasanya grafik membantu lihat perilaku fungsi. Kalau hasil aljabar meragukan, saya cocokkan dengan grafik untuk memastikan pola mendekati batasnya."

P : "Setelah itu apa yang Anda lakukan?"

S-FN : "Saya cari identitas yang lebih tepat dan akhirnya menggunakan bentuk $2\sin^2(\frac{x}{2})$ dari situ langkah berikutnya lebih jelas."

Hasil Wawancara mahasiswa 3 tipe FI:

P : "Bagaimana Anda menentukan bentuk yang tepat untuk $1 - \cos x$?"

S-FI : "Saya langsung mengecek identitas standar. Untuk limit menuju 0 biasanya identitas $1 - \cos x = 2\sin^2(\frac{x}{2})$. yang paling sesuai karena menghasilkan bentuk kuadrat yang dapat disederhanakan dengan x^2 ."

P : "Apakah Anda mempertimbangkan alternatif lain?"

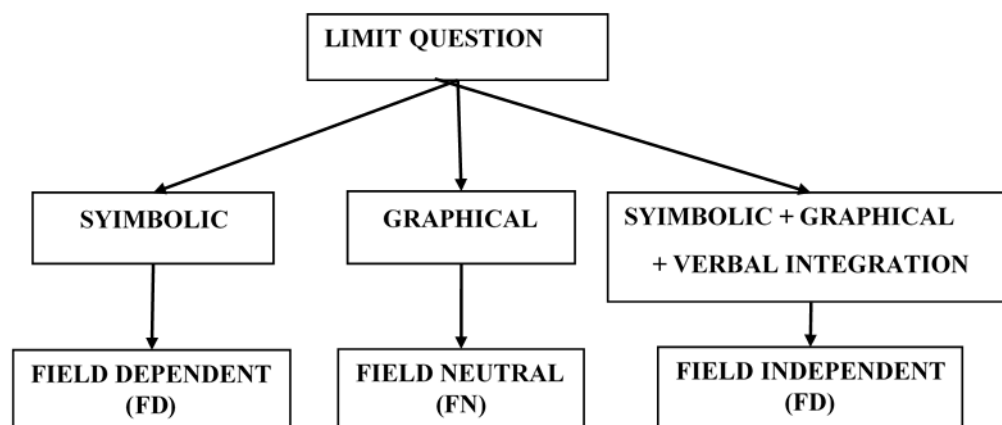
S-FI : "Saya cek juga bentuk turunan dari deret Taylor, tapi identitas trigonometri sudah cukup. Saya pastikan bentuknya konsisten dengan perilaku fungsi saat mendekati 0."

P : "Apa yang Anda lakukan sebelum menyimpulkan hasil limitnya?"

S-FI : "Saya periksa kembali langkah-langkahnya, memastikan tidak ada manipulasi yang melanggar batas definisi. Setelah bentuk aljabar jelas, hasilnya langsung menuju $1/2$."

Berdasarkan hasil kutipan wawancara tersebut, mahasiswa mengalami kebingungan saat mahasiswa mengubah ekspresi $1 - \cos x$ menjadi $1 - 2\sin x$, padahal identitas yang benar adalah $1 - \cos x = 2\sin^2(\frac{x}{2})$. Kesalahan ini menunjukkan lemahnya penguasaan konsep dasar trigonometri yang menjadi fondasi penyelesaian limit. Mahasiswa dengan gaya FD paling sering melakukan kesalahan ini karena kecenderungan berpikir global yang mengabaikan detail simbolik, sedangkan mahasiswa FI mampu mengenali identitas dengan benar. Mahasiswa FN terkadang melakukan kesalahan minor dalam substitusi awal, namun mampu memperbaiki melalui validasi representasional. Jawaban benar untuk soal ini adalah $\frac{1}{2}$.

Pengkodean tematik mengungkap tiga mode representasi dominan: simbolik, grafik, dan verbal. Mahasiswa FD lebih banyak menggunakan manipulasi simbolik, fokus pada substitusi dan penyederhanaan aljabar. Mahasiswa FN lebih menyukai representasi grafik untuk memvisualisasikan perilaku fungsi. Mahasiswa FI mengintegrasikan semua bentuk representasi tersebut. [Gambar 2](#) menunjukkan representasi dominan yang digunakan masing-masing kelompok gaya kognitif saat menyelesaikan tugas limit.



Gambar 2. Representasi pola masalah limit

Interpretasi ini menunjukkan bahwa mahasiswa FI memiliki kesadaran metakognitif yang lebih tinggi dan mampu berpindah secara fleksibel antarrepresentasi suatu indikator penting dari pemahaman konseptual ([Browne et al., 2020](#)). Hal ini mendukung teori APOS Dubinsky, yang menekankan pentingnya rekonstruksi internal saat belajar bergerak dari tindakan eksternal menuju skema mental.

Pengaruh Gaya Kognitif terhadap Kedalaman Konseptual

Perbedaan kedalaman transformasi konseptual tampak sesuai dengan tingkat kemandirian kognitif mahasiswa ([tabel 2](#)). Pembelajaran FD menunjukkan ketergantungan kuat pada petunjuk konteks dan membutuhkan dukungan eksternal lebih banyak. Pembelajaran FN menunjukkan pemikiran yang adaptif, menghubungkan ranah prosedural dan konseptual. Pembelajaran FI memperlihatkan penalaran otonom, merekonstruksi struktur masalah tanpa bantuan eksplisit.

Temuan ini konsisten dengan Suprpto et al. (2021), yang melaporkan bahwa pembelajar FD bergantung pada bantuan konkret, sedangkan pembelajar FI lebih cepat mencapai pemahaman abstrak. Netralitas kognitif pada pembelajar FN memungkinkan mereka menyeimbangkan cara belajar reflektif dan berbasis konteks.

Tabel 2. Hubungan Gaya Kognitif, Mode Representasi, dan Tahap APOS

Gaya Kognitif	Representasi Dominan	Tahap APOS Tercapai	Indikator Konseptual
FD	Simbolik (prosedural)	Aksi-Proses	Penalaran algoritmik, refleksi terbatas
FN	Grafik-Simbolik	Proses-Objek	Kesadaran konseptual yang mulai berkembang
FI	Simbolik-Grafik-Verbal	Objek-Skema	Integrasi dan generalisasi abstrak

Konstruksi Makna Konsep Limit

Gaya kognitif juga memengaruhi bagaimana mahasiswa membangun makna dari konteks permasalahan yang sama. Mahasiswa FD memaknai limit sebagai “hasil

perhitungan”; mahasiswa FN melihatnya sebagai “kecenderungan perilaku fungsi”; dan mahasiswa FI memahaminya sebagai “jembatan konseptual antara kekontinuan dan turunan.” Perbedaan makna yang semakin abstrak ini konsisten dengan model APOS, menunjukkan bahwa internalisasi dan enkapsulasi terjadi berbeda-beda tergantung tingkat kemandirian kognitif (Rahmi et al., 2024).

Salah satu kutipan peserta FI berikut menunjukkan tingkat abstraksi tersebut:

“Saat x mendekati tak hingga, saya membayangkan bagaimana fungsi berperilaku, bukan hanya menghitungnya. Saya mencoba melihat makna di balik rumusnya.” Perbedaan kualitatif dalam kedalaman penalaran ini mendukung klaim bahwa keberhasilan belajar kalkulus dipengaruhi oleh desain instruksional dan orientasi kognitif pembelajar (Sari & Rahman, 2023).

Data ini secara kuat menunjukkan bahwa gaya kognitif berperan sebagai mediator dalam transformasi kognitif mahasiswa sesuai dengan teori APOS. Ketergantungan mahasiswa FD membatasi kemampuan mereka dalam melakukan abstraksi reflektif, sejalan dengan temuan (Nuraini & Yusuf, 2022; Yusuf & Fauziah, 2021) yang menyatakan bahwa ketergantungan konteks yang tinggi menghambat pembentukan skema. Pemikiran seimbang mahasiswa FN mendorong penalaran yang fleksibel serta refleksi kolaboratif. Sementara itu, kemandirian mahasiswa FI memungkinkan mereka membangun skema secara utuh, menguatkan pernyataan (Browne et al., 2020; Dubinsky & Weller, 2020) bahwa pemahaman konseptual membutuhkan integrasi lintas representasi. Dibandingkan dengan penelitian sebelumnya, hasil penelitian ini menegaskan bahwa tahapan APOS bukanlah sesuatu yang bersifat universal, melainkan dinamis sesuai profil kognitif individu. Penelitian terdahulu (Hidayat et al., 2022; Suprpto et al., 2021) membahas progresi APOS secara umum, sedangkan penelitian ini memberikan diferensiasi empiris mengenai bagaimana masing-masing gaya kognitif termanifestasi pada tahap APOS tertentu.

Secara teoretis, penelitian ini memperluas teori APOS dengan memasukkan gaya kognitif sebagai konstruk moderator sehingga memperkaya daya interpretatif APOS dalam memahami kognisi matematis. Secara praktis, penelitian ini menekankan pentingnya pedagogi kalkulus yang terdiferensiasi: penggunaan *scaffolding* visual untuk mahasiswa FD, kolaborasi reflektif untuk mahasiswa FN, dan pembelajaran berbasis pemecahan masalah untuk mahasiswa FI. Kerangka integratif ini menjembatani teori dan praktik, menempatkan gaya kognitif bukan sebagai karakteristik yang tetap, tetapi sebagai dimensi pedagogis yang dapat dimanfaatkan untuk meningkatkan transformasi konseptual. Dengan demikian, pendidik diharapkan dapat menerapkan desain pembelajaran adaptif yang selaras dengan kecenderungan kognitif mahasiswa guna memfasilitasi pemahaman yang lebih mendalam terhadap konsep matematika abstrak seperti limit.

Kesimpulan

Analisis APOS mengungkap pola berbeda: mahasiswa FD cenderung berada pada tahap aksi-proses, FN lebih fleksibel dan mampu beralih menuju objek melalui refleksi, sedangkan FI telah mencapai tahap objek-skema dengan kemampuan abstraksi kuat. Integrasi APOS dan gaya kognitif menegaskan bahwa transformasi konsep tidak seragam di semua mahasiswa. Secara praktis, diperlukan pembelajaran adaptif: FD dibantu visual dan scaffolding, FN melalui diskusi reflektif, dan FI dengan tugas eksploratif. Secara kebijakan, temuan ini mendukung kurikulum kalkulus yang mempertimbangkan gaya kognitif. Penelitian lanjutan perlu diperluas pada konsep lain dan pendekatan campuran untuk memperoleh pemahaman yang lebih komprehensif.

Ucapan Terimakasih

Ucapan terima kasih untuk semua pihak yang telah membantu mendapatkan informasi terkait sumber data untuk artikel ini.

Kontribusi Penulis

Penulis bertanggung jawab atas seluruh tahapan penelitian, meliputi perumusan konsep dan desain penelitian, pengumpulan data, analisis dan interpretasi data, serta penulisan dan revisi naskah.

Daftar Pustaka

- Browne, A., Foster, M., & Dubinsky, E. (2020). Revisiting APOS theory in university mathematics learning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(7), 1074–1092. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1668975>
- Dubinsky, P., & Weller, E. (2020). Action, process, object, schema: The foundation of constructivist learning in mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, 57, 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100731>
- Hasibuan, F., & Hidayat, R. (2021). Students' conceptual understanding of limits through APOS framework. *Journal of Mathematics Education and Learning*, 15(2), 88–101. <https://doi.org/10.24014/jme.v15i2.10452>
- Hidayat, R., & Ramadhani, R. (2022). Cognitive independence and mathematical reflection among undergraduate students. *Journal of Mathematics and Learning*, 10(2), 87–96. <https://doi.org/10.24014/jml.v10i2.12154>
- Hidayat, R., Sari, A. P., & Anwar, D. (2022). APOS-based learning trajectory in understanding limits. *European Journal of Educational Research*, 11(3), 1241–1253. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.11.3.1241>
- Hidayat, T., & Ramadhani, A. (2022). Metacognitive awareness and learning independence in calculus comprehension. *Journal of Educational Psychology and Pedagogy*, 9(3), 225–239. <https://doi.org/10.24014/jepp.v9i3.12188>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (4th ed.). Sage Publications. <https://us.sagepub.com/en-us/nam/qualitative-data-analysis/book239534>
- Ningsih, E. (2023). Teori sosial kognitif dan relevansinya bagi pendidikan di Indonesia. *Humanika*, 23 (1), 21–26. <https://doi.org/10.21831/hum.v23i1.29307>
- Ningsih, E., Widodo, S., Sary, R., & Retnowati, E. (2019). The cognitive load of learners in the learning process of the rotating object volume. *Journal of Physics: Conference Series*. Website
- Ningsih, E. F., & Retnowati, E. (2020). Prior knowledge in mathematics learning. SEMANTIK Conference of Mathematics Education (SEMANTIK 2019). <https://doi.org/10.2991/assehr.k.200827.118>
- Nuraini, N., & Yusuf, M. (2022). Exploring students' cognitive development in limit problem-solving. *Journal of Cognitive Education*, 8(4), 311–326. <https://doi.org/10.24014/jce.v8i4.13288>
- Rahman, A., & Browne, A. (2021). Qualitative explorations of mathematical cognition using APOS framework. *International Journal of Mathematics Education Research*, 14(1), 55–70.
- Rahmi, D., Prasetyo, H., & Hartini, S. (2024). Cognitive styles and metacognitive control in mathematical problem solving. *International Journal of Educational Psychology*, 13(1), 45–62. <https://doi.org/10.17583/ijep.2024.8621>

- Sari, M., & Hidayat, R. (2022). The case study method in mathematics education research: A qualitative approach to students' conceptual construction. *Journal of Educational Methodology*, 9(2), 115–128.
- Sari, M., & Rahman, R. (2023). Students' APOS construction of limit concepts through inquiry-based tasks. *Journal on Mathematics Education*, 14(2), 217–230. <https://doi.org/10.22342/jme.v14i2.22033>
- Sukri, M., Syofni, & Siregar, S. N. (2017). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Dengan Model Pembelajaran Berbasis Masalah Pada Materi Perbandingan Kelas VII SMP/MTS. *Jurnal Online Mahasiswa (JOM) Bidang Keguruan Dan Ilmu Pendidikan*, 4(2), 1–9.
- Suprpto, L., Ramadhani, D., & Suryani, N. (2021). Field dependence-independence in mathematical reasoning: Cognitive style implications for learning. *Indonesian Journal of Educational Studies*, 24(1), 55–68. <https://doi.org/10.26858/ijes.v24i1.21345>
- Widodo, S., & Kurniasih, T. (2022). Constructivist approaches in teaching calculus: A review of APOS-based methods. *Educational Studies in Mathematics*, 108(2), 157–175. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10073-8>
- Yusuf, M., & Fauziah, L. (2021). Developing calculus learning strategies based on students' cognitive styles. *Asian Journal of Educational Research*, 10(3), 201–215. <https://doi.org/10.5430/ajer.v10n3p201>